

$$t = \pm \int_0^{x_{\max}} \frac{dx}{\sqrt{v_0^2 - \left( \frac{4a_1 x^{3/2}}{3m} + \frac{a_2 x^2}{m} \right)}}. \quad (7)$$

Решая данную зависимость и аппроксимируя полученное решение, можно построить зависимости  $x(t)$  и  $P(t)$  в любой момент времени процесса соударения.

Если принять значение начальной скорости равным нулю ( $v_0=0$ ), то можно рассчитать статическое упругопластическое значение сближения. Решение имеет вид:

$$x = \left( \frac{2a_1}{3a_2} \left[ \sin \left( \frac{t\sqrt{a_2}}{2\sqrt{m}} - \frac{\pi}{2} \right) + 1 \right] \right)^2. \quad (8)$$

Значения, рассчитанные по формуле (8), аналогичны значениям, рассчитанным по формуле (5).

В заключение следует отметить, что данный численно-аналитический метод дает возможность рассчитать параметры контактной жесткости и прочности как в условиях статического, так и динамического нагружения. Использование этого алгоритма расчета позволит дать оценку влияния упругопластических деформаций на контактную прочность для случая удара жесткого гладкого шара о гладкое упругопластическое полупространство. Предлагаемый численно-аналитический метод расчета может быть использован и для расчета упругопластического контактного взаимодействия шероховатых тел. Для этого в формуле (5) необходимо учесть параметры микрогеометрии контактирующих тел.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. — М.: Наука, 1975. — 567 с.
2. Дрозд М.С., Матлин М.М., Сидякин Ю.И. Инженерные расчеты упругопластической контактной деформации. — М.: Машиностроение, 1986. — 220 с.

3. Котенева Н.В. Упругопластический контакт гладкой сферы с плоской поверхностью при динамическом нагружении // Известия Томского политехнического университета. — 2005. — Т. 308. — № 2. — С. 114–116.

Поступила 31.10.2006 г.

УДК 533.6.011.5:532.582.3

## ПРОСТРАНСТВЕННАЯ АЭРОДИНАМИКА ЗАТУПЛЕННЫХ КОНУСОВ ПРИ НАЛИЧИИ ОСЛОЖНЯЮЩИХ ФАКТОРОВ В НАБЕГАЮЩЕМ СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ

Ф.М. Пахомов

Томский государственный университет  
E-mail: fire19952004@mail.ru

*Приведены результаты решения задач взаимодействия затупленного конуса со сферической нагретой областью в набегающем под ненулевым углом атаки сверхзвуковом потоке в отсутствие и при наличии сильного локализованного вдува с поверхности, а также с падающей под углом атаки плоской ударной волной.*

Задачи взаимодействия быстролетящего тела с рассматриваемыми нагретыми областями носят очевидный практический интерес. В [1] задача взаимодействия сферы с локальными неоднородностями различной формы решена в осесимметричной постановке. В [2] рассмотрен случай, когда центр сферической нагретой области смещен относительно оси симметрии тела. В [3] приведены результаты начального этапа входа затупленного конуса в плоскую нагретую область под углом атаки.

Нестационарная задача взаимодействия ударной волны в набегающем сверхзвуковом потоке с летательным аппаратом носит исключительно важный практический интерес с точки зрения изменения его аэродинамических характеристик. В осесимметричном случае, на примере обтекания полусферы, она решена в [4]. В данной работе рассмо-

трен случай взаимодействия ударной волны с затупленным по сфере конусом (моделью спускаемого космического аппарата) при наличии угла атаки.

Целью данной работы является исследование аэродинамических характеристик затупленных конусов при взаимодействии с локальными нагретыми областями при сверхзвуковом движении под ненулевым углом атаки и при взаимодействии с падающей плоской ударной волной.

Математическая постановка задачи, основанная на системе уравнений Эйлера с соответствующими начальными и граничными условиями, приведена в [2]. Как и в [2], для решения использовалась явная конечно-разностная схема С.К. Годунова первого порядка точности [5], вполне достаточного для определения интегральных аэродинамических характеристик.

Все результаты получены для числа Маха набегающего потока  $M_\infty=5$  и показателя адиабаты  $\gamma=1,4$ .

### 1. Взаимодействие конуса с локальной нагретой областью

Исследование взаимодействия затупленного тела с локальной нагретой областью в набегающем под ненулевым углом атаки сверхзвуковом потоке выполнено на примере обтекания под углом атаки  $\alpha=10^\circ$  затупленного по сфере конуса с углом полураствора  $15^\circ$  и радиусом донного среза  $R_D=2,5R_0$  в отсутствие и при наличии сильного локализованного на сферическом затуплении вдува с удельным расходом  $(\rho v_n)_w=0,5$  и полной энтальпией  $H_{0w}=0,5$ . При этом плотность  $\rho$  отнесена к плотности набегающего потока  $\rho_\infty$ , скорость  $v$  к  $v_{\max,\infty}$  — максимальной скорости набегающего потока, энтальпия  $H_{0w}$  к величине  $v_{\max,\infty}^2$ , давление  $p$  к величине  $\rho_\infty v_{\max,\infty}^2$ , линейные размеры отнесены к  $R_0$  — радиусу сферического затупления.

Присутствие нагретой области в набегающем потоке моделировалось следующей функциональной зависимостью плотности от пространственных координат и времени

$$\rho_n(x, y, z, t) = \rho_\infty / \{1 + 9 \exp\{-2[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2]\}\},$$

$$x_0 = x'_0 + t|v_\infty|\cos\alpha, \quad y_0 = y'_0 + t|v_\infty|\sin\alpha, \quad z_0 = 0.$$

Здесь  $x_0, y_0, z_0$  — координаты центра нагрева, температура в котором  $T_n=10T_\infty$ . Начальное значение  $x'_0=-2$ , а  $y'_0$  принимало два значения: в первом случае (носовое взаимодействие) центр нагретой области проходил через нижнюю точку сопряжения сферы с конусом  $y_w=-y_c$ ; во втором случае (кормовое взаимодействие) — через точку боковой поверхности конуса с координатой  $y_w=-1,75R_0$ .

На рис. 1, а, показаны контур обтекаемого тела, головная ударная волна, соответствующая стацио-

нарному режиму обтекания непроницаемой поверхности невозмущенным потоком (кривая 1). Там же показаны положения ударной волны при носовом (2) и кормовом (3) взаимодействии нагретой области с ударным слоем на момент достижения минимального значения коэффициента осевой силы  $C_A$ .

На рис. 1, б, приведены аналогичные результаты в случае сильного вдува с обозначенного участка поверхности конуса.

Представленные результаты отражают основные особенности взаимодействия головной ударной волны с локальной нагретой областью в набегающем сверхзвуковом потоке [1, 2].

На рис. 2 представлены зависимости от времени аэродинамических характеристик обтекаемого тела соответственно при носовом (а) и кормовом (б) взаимодействии с локальной нагретой областью в набегающем потоке, как при вдуве (сплошные кривые), так и без вдува (штриховые).

Здесь коэффициенты:  $C_A$  — осевой силы;  $C_N$  — нормальной силы;  $C_{mz}$  — момента тангажа относительно передней точки тела;  $C_D$  — центра давления.

Прежде всего, отметим, что сам по себе вдув приводит к значительному увеличению осевой силы и уменьшению нормальной силы и момента тангажа. В случае кормового взаимодействия с нагретой областью (рис. 2, б) вдув практически не влияет на характер изменения аэродинамических характеристик. При носовом взаимодействии (рис. 2, а) вдув заметно сказывается на поведении коэффициента центра давления (кривые 4) в сторону увеличения запаса статистической устойчивости. Общий характер изменения аэродинамических характеристик в процессе взаимодействия с локальной нагретой областью (их уменьшение) связан с падением давления на наветренной стороне обтекаемого тела.

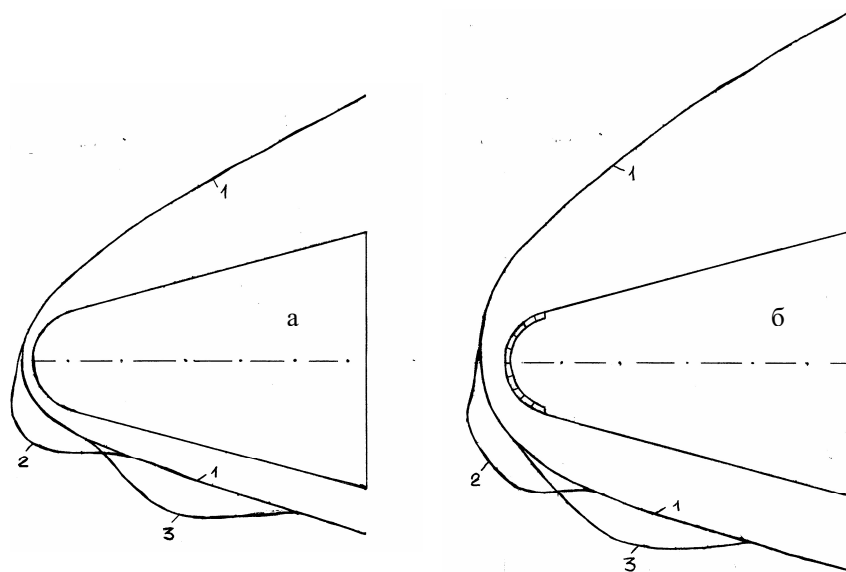


Рис. 1. Картины сверхзвукового обтекания поверхности тела: 1)  $t=0$ ; 2)  $t=2,82, y_0=-y_c$ ; 3)  $t=6,84, y_0=-1,75$ ; а) без вдува; б) при вдуве

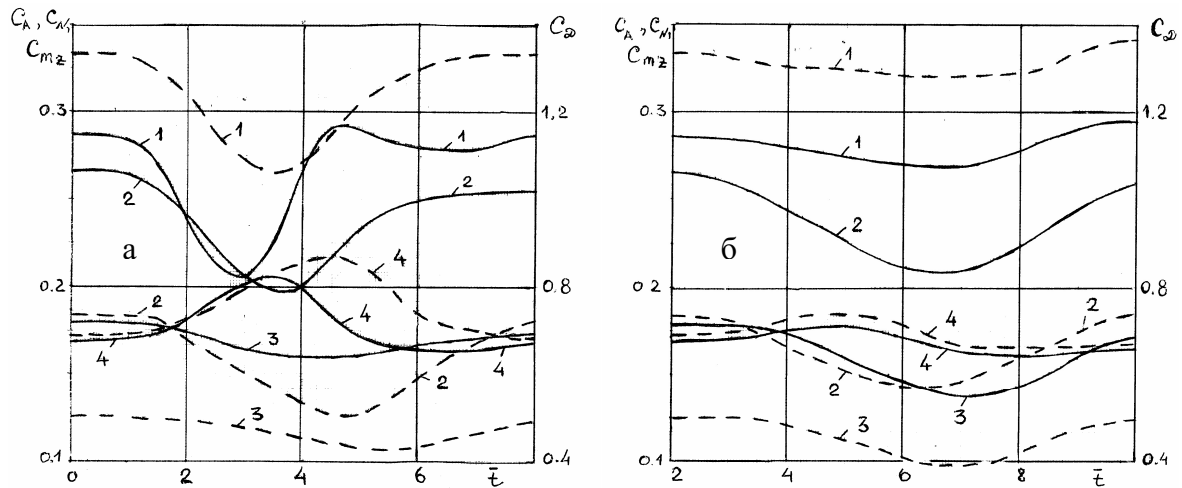


Рис. 2. Зависимости аэродинамических характеристик  $C_A(1)$ ,  $C_N(2)$ ,  $C_{mz}(3)$ ,  $C_D(4)$ ; — без вдува; - - - при вдуве: а)  $y_0 = -y_c$ ; б)  $y_0 = -1,75$

Представленные результаты позволяют сделать вывод о том, что при взаимодействии затупленного конуса с локальной нагретой областью в набегающем под ненулевым углом атаки в сверхзвуковом потоке вдув с поверхности затупления эффективен только в случае, когда центр облака проходит через носовую часть обтекаемого тела, т. к. только в этом случае центр давления заметно смещается к донному срезу.

## 2. Взаимодействие с плоской ударной волной

В качестве начальных данных использовались газодинамические параметры сверхзвукового стационарного обтекания затупленного по сфере конуса с углом полураствора  $45^\circ$  и радиусом донного среза  $R_D = 2,5R_0$  под углом атаки  $10^\circ$ . Контур обтекаемого тела и положение головной ударной волны (кривая 1) представлены на рис. 3.

Наличие ударной волны в набегающем потоке моделировалось плоскостью, нормаль к которой совпадает с вектором скорости набегающего потока, а газодинамические параметры слева и справа от нее удовлетворяют основным законам сохранения [5]:

$$\begin{aligned} [\rho] \cdot D - [\rho u] &= 0, \\ [\rho u] \cdot D - [p + \rho u^2] &= 0, \\ [\rho e] \cdot D - [\rho u e + p u] &= 0, \\ e &= \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}. \end{aligned}$$

При записи использованы традиционные обозначения:  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $u$  — нормальная компонента скорости;  $e$  — удельная полная энергия;  $D$  — скорость движения разрыва.

В качестве параметров справа от разрыва брались параметры невозмущенного сверхзвукового потока и при заданном значении  $D = V_\infty M_B / M_\infty$ , ( $M_B = 7$ ) путем решения системы уравнений определялись параметры слева от падающей ударной волны. Выбор корня квадратного уравнения относительно скорости за скачком осуществлялся путем

решения задачи распада соответствующего разрыва.

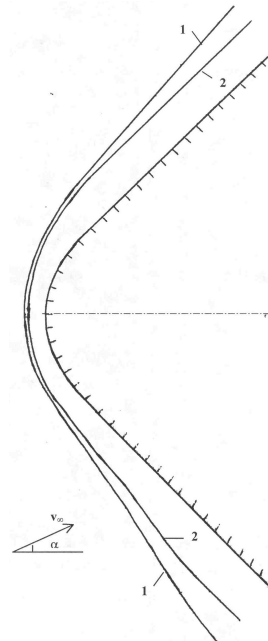


Рис. 3. Картины обтекания: 1)  $t=0$  или  $t=\infty$ ; 2)  $F_A = \max$

Момент перехода точки  $(x_0, y_0)$ , лежащей на головной ударной волне, через поверхность разрыва определялся по смене знака у значения ориентированного расстояния до плоскости разрыва  $\delta$ :

$$\begin{aligned} \delta &= x_0 \cos \alpha + y_0 \sin \alpha - x_0' \cos \alpha, \\ x_0 &= x_0' + D t \cos \alpha, \quad x_0' = -0,5. \end{aligned}$$

Здесь  $\alpha$  — угол атаки;  $t$  — время;  $x_0$  и  $x_0'$  соответственно текущая и начальная координаты пересечения падающей ударной волной оси  $x$ .

На рис. 4, а, представлены зависимости от времени осевой силы  $F_A(1)$  и коэффициента центра давления  $C_D(2)$ . На рис. 4, б, — зависимости нормальной силы  $F_N(1)$  и момента вращения  $M_z(2)$  относи-

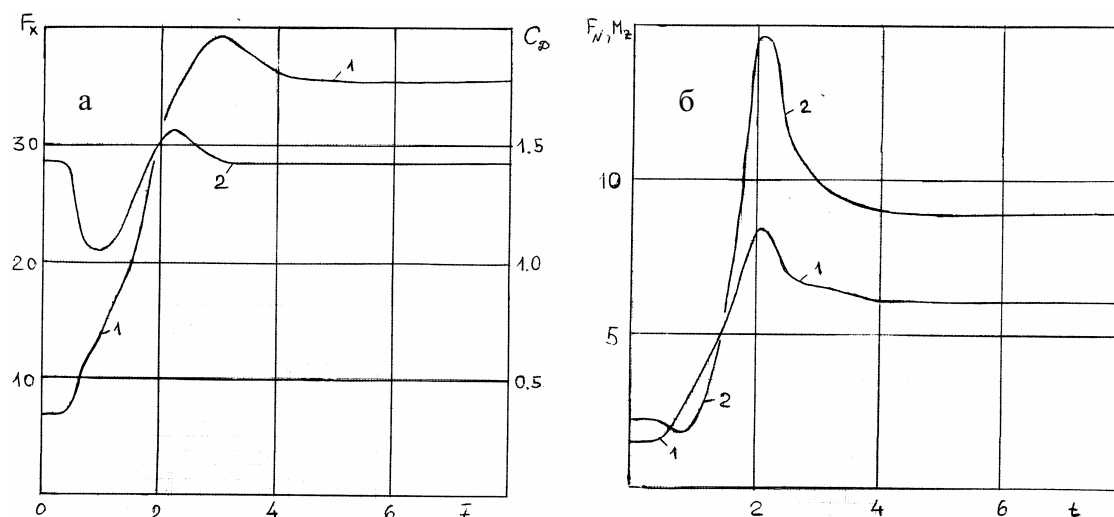


Рис. 4. Зависимости аэродинамических характеристик от времени: а) 1 –  $F_x$ ; 2 –  $C_D$ ; б) 1 –  $F_N$ ; 2 –  $M_z$

тельно точки с координатами (1,5; 0; 0), выбранной в качестве центра тяжести обтекаемого тела.

Анализ кривых показывает, что осевая сила  $F_A$  в процессе взаимодействия тела с падающей ударной волной резко и значительно возрастает, достигая максимального значения, и затем, несколько уменьшаясь, выходит на стационарное значение.

Положение головной ударной волны на момент достижения максимума осевой силой изображено кривой 2 на рис. 3. В этот момент головной скачок находится гораздо ближе к обтекаемому телу, что приводит к более сильному сжатию газа в ударном слое, чем в период последствия, когда положение установившейся головной ударной волны с точностью до графика совпадает с кривой 1, отвечающей обтеканию невозмущенным потоком.

Наличие максимумов в зависимостях  $F_N$  и  $M_z$  можно объяснить тем, что падающая под углом атаки ударная волна сначала взаимодействует с наветренной стороны обтекаемого тела. Значительно большие абсолютные значения  $F_N$  и  $M_z$  в период последствия по сравнению с обтеканием невозмущенным потоком обусловлены значительно более высоким скоростным напором потока за падающей ударной волной.

Локальный минимум в зависимости  $M_z(t)$  связан с тем, что в начальные моменты времени возмущенный падающей ударной волной набегающий поток взаимодействует с носовой частью обтекаемого тела, увеличивая отрицательную составляющую суммарного момента вращения относительно центра тяжести.

Повышенная нагрузка на носовую часть в начальные моменты времени находит свое отражение и в зависимости  $C_D(t)$ . Она свидетельствует о том, что точка приложения суммарной аэродинамической силы сначала смещается к передней точки тела и, затем, в период последствия, возвращается в свое исходное положение. При этом запас статической устойчивости, определяемый как разность координат центра тяжести и центра давления, в процессе взаимодействия не меняет знак, что является определяющим фактором для динамической устойчивости обтекаемого тела.

В результате решения задачи приведены нестационарные аэродинамические характеристики затупленного по сфере конуса, соответствующие процессу его взаимодействия с падающей под углом атаки ударной волной в набегающем сверхзвуковом потоке.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Георгиевский П.Ю., Левин В.А. Нестационарное взаимодействие сферы с атмосферными температурными неоднородностями при сверхзвуковом обтекании // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 1993. – № 4. – С. 174–183.
2. Пахомов Ф.М. Пространственное взаимодействие затупленного конуса с нагретой областью в сверхзвуковом потоке при наличии вдува // Известия РАН. Механика жидкости и газа. – 2003. – № 1. – С. 155–161.
3. Погорелов Н.В. Пространственное движение неравновесного реагирующего воздуха около тела, проникающего в равновесную нагретую область // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1990. – № 6. – С. 130–137.
4. Каменецкий В.Ф., Турчак Л.И. Сверхзвуковое движение тела в газе с ударными волнами // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. – 1984. – № 5. – С. 141–147.
5. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976. – 400 с.

Поступила 20.09.2006 г.